

Taller sobre "AGUJEROS NEGROS" OLIMPIADAS REGIONALES DE FÍSICA



Dr. Adolfo Cisterna

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
OCTUBRE, 2022.-

Outlook

- * INTERACCIONES FUNDAMENTALES
- * LA FUERZA DE GRAVEDAD
 - * LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL DE NEWTON
 - * TEORÍA DE LA RELATIVIDAD GENERAL
- * AGUJEROS NEGROS
 - * COLAPSO GRAVITACIONAL DE ESTRELLAS
 - * SOLUCIONES A LAS ECUACIONES DE EINSTEIN
- * EL AGUJERO NEGRO DE SCHWARZSCHILD
 - * LA FÍSICA EN EL HORIZONTE DE EVENTOS
 - * DISTINTOS OBSERVADORES Y LA REGIÓN $r = 2M$
 - * EXTENSIÓN MÁXIMA DEL ESPACIOTIEMPO DE SCHWARZSCHILD
 - * SOLUCIÓN DE KERR: AGUJEROS NEGROS ROTANTES
- * NUEVA FÍSICA Y AGUJEROS NEGROS
 - * MECÁNICA Y TERMODINÁMICA DE AGUJEROS NEGROS
 - * FUSIÓN DE AGUJEROS NEGROS
 - * ONDAS GRAVITACIONALES.

INTERACCIONES FUNDAMENTALES

* ELECTROMAGNETISMO



DESCRITOS POR LAS ECUACIONES DE "MAXWELL"

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0 \longrightarrow \text{LEY DE GAUSS}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \longrightarrow \text{AUSENCIA DE MONOPOLOS MAGNÉTICOS}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \longrightarrow \text{LEY DE FARADAY}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \longrightarrow \text{LEY DE AMPERE-MAXWELL}$$

ESTAS ECUACIONES PREDICEN LA EXISTENCIA DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS QUE SE PROPAGAN EN EL VACÍO \longrightarrow VELOCIDAD "C"

ALCANCE INFINITO

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla}^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \\ \vec{\nabla}^2 \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \end{array} \right\}$$

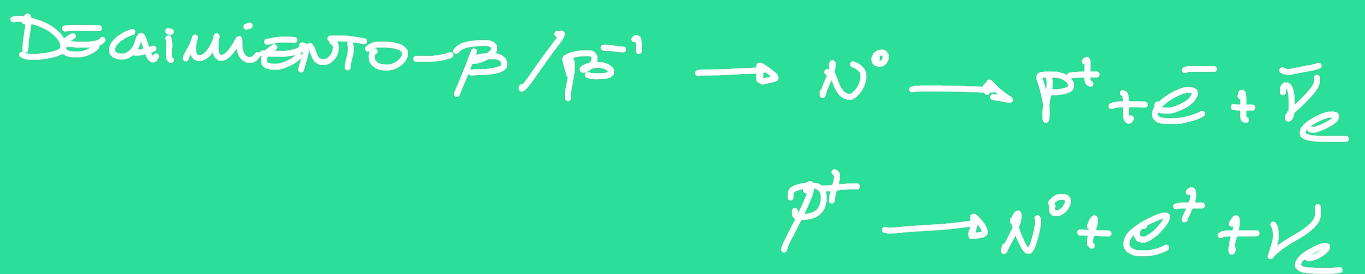
EN TEORÍA CUÁNTICA LA PARTÍCULA MEDITADORA ES EL "FOTÓN" γ .

FUERZAS NUCLEARES

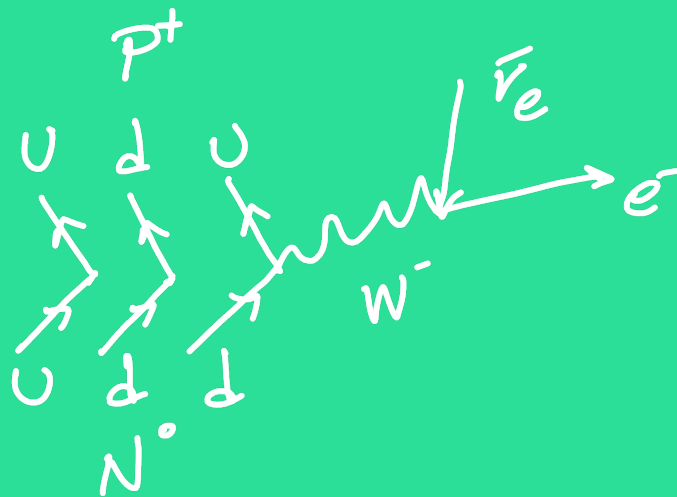
A NIVEL ATÓMICO NOS ENCONTRAMOS CON LAS FUERZAS NUCLEARES:

↳ FUERZAS DE CORTO ALCANCE.

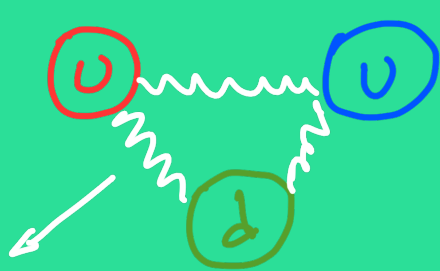
* FUERZA NUCLEAR DÉBIL → RESPONSABLE DE LA RADIOACTIVIDAD EN NÚCLEOS INESTABLES



EN TEORÍA CUÁNTICA ESTÁ MEDIADA POR LOS BOSONES W^{\pm} y Z°



* FUERZA NUCLEAR FUERTE → MANTIENE UNIDO EL NÚCLEO y a sus nucleones P^+ y N° ATÓMICO Pese a LA REPULSIÓN ELECTROMAGNÉTICA.



ESTRUCTURA DE QUARKS
DE UN PROTÓN

6 WONES → MEDIADORES DE LA FUERZA NUCLEAR FUERTE.

FUERZA DE GRAVEDAD

- * ES LA INTERACCIÓN MÁS ANTIGUA DESCUBIERTA POR EL HOMBRE.
- * ES UNA INTERACCIÓN DE LARGO ALCANCE Y DE UN CARÁCTER CLÁSICO EVIDENTE.
- * ES LA MÁS DÉBIL DE LAS INTERACCIONES FUNDAMENTALES

$$p^+ \xleftrightarrow{R^+} p^+ \quad EM \sim \frac{1}{137} \text{ WEAK FORCE}$$

WEAK FORCE ES 10^{-5} VECES MÁS DÉBIL QUE LA STRONG FORCE, Y LA FUERZA GRAVITACIONAL LO ES 10^{-38} VECES.

- * SIN EMBARGO LA GRAVEDAD JUEGA UN ROL FUNDAMENTAL EN LA FORMACIÓN DEL UNIVERSO A GRAN ESCALA.

- * LA RAZÓN DE ESTO ES QUE LA FUERZA DE GRAVEDAD SE AMPLIFICA ENORMEMENTE A ESCALAS ASTRONÓMICAS.
- * TAL COMO EL ELECTROMAGNETISMO ES UNA FUERZA DE LARGO ALCANCE, PERO CON UNA DIFERENCIA FUNDAMENTAL:

SÓLO EXISTE UN TIPO DE CARGA GRAVITACIONAL, LA "MASA", CONTRARIO AL CASO EN DONDE TENEMOS CARGAS \oplus y \ominus .

- * ENTONCES MIENTRAS LOS CUERPOS TIENEN A NEUTRALIZAR SU CARGA ELÉCTRICA, LA ACUMULACIÓN DE MASA SÓLO LOGRA INTENSIFICAR LA FUERZA GRAVITATORIA.

↳ SÓLO PUEDE SER ATRACTIVA.

↳ ES DE CARÁCTER UNIVERSAL, NO EXISTEN PARTÍCULAS NEUTRAS CON RESPECTO A LA GRAVEDAD.

- * CLÁSICAMENTE PUEDE SER DESCRITA POR LA LEY DE NEWTON.

$$\vec{F}_G = -G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_{12}|^2} \hat{r}_{12}$$

DONDE

$$G = 6,67428 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

- * SIN EMBARGO ESTA LEY NO ES COMPATIBLE CON LA FÍSICA A ALTAS VELOCIDADES

$$\underbrace{v \sim c}$$

FÍSICA RELATIVISTA: "TEORÍA DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL DE EINSTEIN".

- * ADEMÁS POSEE PROBLEMAS CUANDO EL CAMPO GRAVITATORIO ES MUY INTENSO. → SUN

↳ PROBLEMA DEL PERIHELIO DE MERCURIO.

- * LA TEORÍA RELATIVISTA Y VÁLIDA PARA CAMPOS GRAVITATORIOS INTENSOS ES LA "TEORÍA GENERAL DE LA RELATIVIDAD DE EINSTEIN".

- * LA INTERACCIÓN GRAVITACIONAL SE ENTIENDE COMO UN EFECTO GEOMÉTRICO:

"LA CURVATURA DEL ESPACIO TIEMPO"



(t, x, y, z) ← CUADRIDIMENSIONAL

* LAS ECUACIONES DE EINSTEIN TOMAN LA FORMA:

$$\underbrace{R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R}_{\text{GEOMETRÍA}} = \frac{8\pi G}{c^4} \underbrace{T_{\mu\nu}}_{\text{MATERIA}}$$

y su solución provee la "MÉTRICA DEL ESPACIO TIEMPO"

$$ds^2 = g_{\alpha\beta}(x^\sigma) dx^\alpha dx^\beta,$$

↓
Campo GRAVITACIONAL

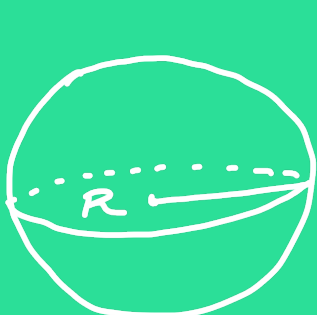
MÉTRICA QUE A TRAVÉS DE LA ECUACIÓN DE LA GEODÉSICA

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\tau^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{dx^\beta}{d\tau} \frac{dx^\gamma}{d\tau} = 0,$$

DICTA EL MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS.

Por ejemplo, PARA UNA ESFERA TENEMOS:

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = R^2 d\theta^2 + R^2 \sin^2 \theta d\phi^2$$



DESPLAZAMIENTO SOBRE UNA ESFERA.

→ LA ESFERA POSEE CURVATURA:

$$\text{CURVATURA} \sim \frac{1}{R^2}$$

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} R^2 & 0 \\ 0 & R^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

EN RELATIVIDAD GENERAL EL ESPACIOTIEMPO POSEE 4-DIMENSIONES Y SU MÉTRICA $g_{\alpha\beta}$, QUE EN DEFINITIVA ENTREGA LA DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS, REPRESENTA EL CAMPO GRAVITACIONAL. CUANDO NO TENEMOS MATERIA, $T_{\mu\nu} = 0$, EL ESPACIOTIEMPO ES PLANO Y PODEMOS ESCRIBIR:

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{CURVATURA} \sim 0$$

\rightarrow MÉTRICA DE MINKOWSKI



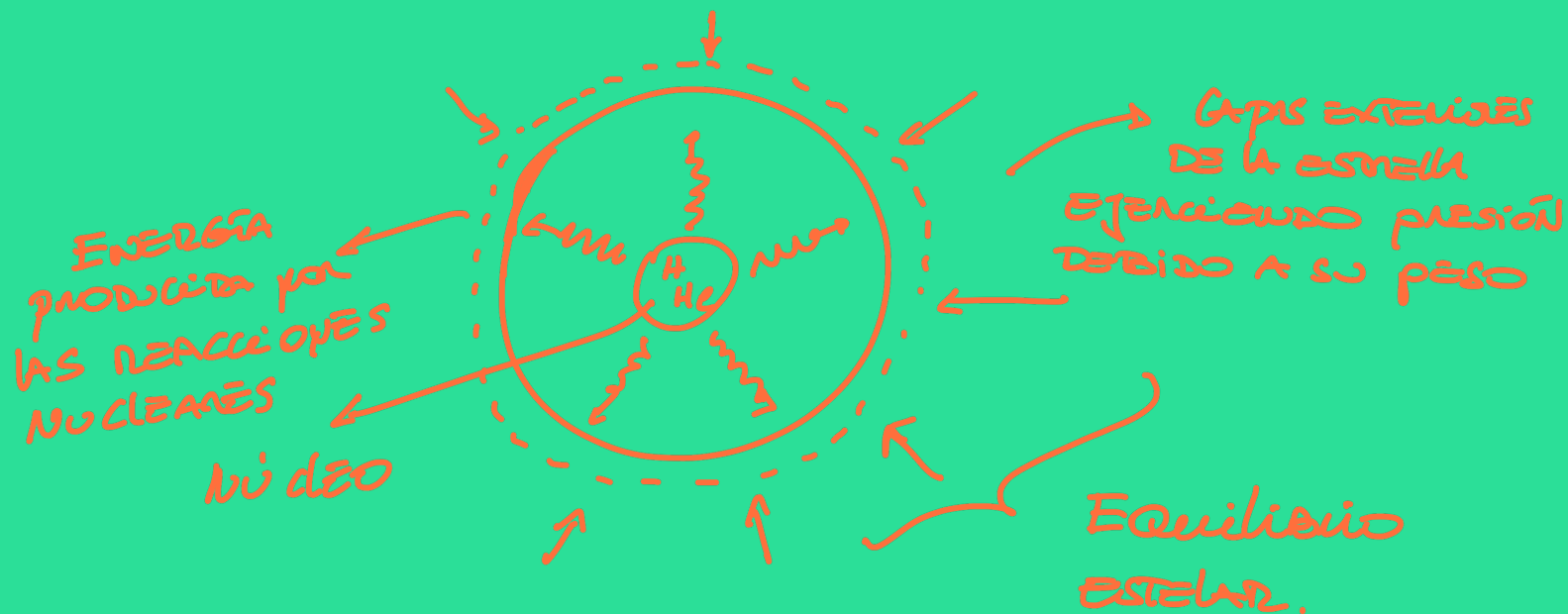
ESPACIOTIEMPO EN AUSENCIA DE GRAVEDAD



RELATIVIDAD ESPECIAL

AGUJEROS NEGROS

- * Los AGUJEROS NEGROS SON OBJETOS ASTROFÍSICOS QUE SE FORMAN POR COLAPSO GRAVITACIONAL.
- * ESTO SUCEDE CUANDO LAS ESTRELLAS AGOTAN TODO SU COMBUSTIBLE NUCLEAR.



- * CUANDO LA ESTRELLA AGOTA SU COMBUSTIBLE NO EXISTE EQUILIBRIO ESTELAR Y ÉSTA COMIENZA A COLAPSAR PRODUCIDO DE SU PROPIO PESO.
- * PARA ALGUNAS ESTRELLAS ESTE COLAPSO GRAVITACIONAL PUEDE SER DETENIDO, INCLUSO SI $T=0$, POR FUERZAS DE OBLEEN CUÁNTICO.
- * EN EFECTO, SABEMOS DEL PRINCIPIO DE EXCLUSIÓN DE PAULI QUE DOS e^- (FERMIONES) NO PUEDEN OCUPAR EL MISMO ESTADO CUÁNTICO.

* ENTONCES, CUANDO LA ESTRELLA COMIENZA A COLAPSAR Y SE VUELVE MÁS DENSA, LOS e^- SE COMIENZAN A COMPRIMIR A TAL PUNTO QUE UNA PRESIÓN, DEBIDA AL PRINCIPIO DE EXCLUSIÓN DE PAULI, AYUDA A EVITARLO ASÍ EL COLAPSO.

↓ PRESIÓN DE DEGENERACIÓN ELECTRÓNICA.

ESTAS ESTRELLAS SE CONOCEN COMO
" ENANAS BLANCAS "

EL LÍMITE DE MASA INICIAL DE LA ESTRELLA QUE PUEDE SER SOPORTADO POR LA PRESIÓN DE DEGENERACIÓN ELECTRÓNICA ES DE

$$M_c \sim 1.44 M_\odot \rightarrow \text{LÍMITE DE CHANDRASEKHAR} \left. \vphantom{M_c} \right\} \text{NO RELATIVISTA}$$

CUANDO LA MASA SOBREPASA ESTE LÍMITE LA PRESIÓN ELECTRÓNICA NO ES SUFICIENTE PARA DETENER EL COLAPSO. ENTONCES SE DA PASO A UNA PRESIÓN DE DEGENERACIÓN NEUTRÓNICA. ESTO DETIENE EL COLAPSO Y LA ESTRELLA SE TRANSFORMA EN LO QUE CONOCEREMOS COMO ESTRELLA DE NEUTRONES.

$$M_c \sim 3 M_\odot$$

FINALMENTE, SI LA ESTRELLA ES LO SUFICIENTEMENTE MASIVA, ESTAS FUERZAS DE ORIGEN CUÁNTICO NO SERÁN SUFICIENTES Y EL COLAPSO GRAVITACIONAL SERÁ INMEDIATO. EL RESULTADO FINAL ES LA FORMACIÓN DE UN "AGUJERO NEGRO".

- * LOS AGUJEROS NEGROS SON EL RESULTADO FINAL DEL COLAPSO GRAVITACIONAL DE ESTRELLAS MASIVAS
- * MATEMÁTICAMENTE CORRESPONDEN A SOLUCIONES DE LAS ECUACIONES DE EINSTEIN.
- * SON ESPACIOTIEMPOS CON UNA MÉTRICA CON UNA ESTRUCTURA CAUSAL NO-TRIVIAL.
- * EL ESPACIOTIEMPO ESTÁ CAUSALMENTE DESCONECTADO POR LA PRESENCIA DE UN "HORIZONTE DE EVENTOS".
- * ESTE HORIZONTE DE EVENTOS, UNA VEZ ATRAVESADO NO PUEDE VOLVER A CRUZARSE.

- * ESTO NO SE DEBE A UNA EXTRAORDINARIA FUERZA DE GRAVEDAD:

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} R^{\alpha\beta\gamma\delta} \sim \frac{u^2}{r^6} \quad \text{y donde } r = 2u$$

$$\sim \frac{1}{u^2}$$

Por lo tanto agujeros negros grandes NO poseen una aceleración de gravedad particularmente importante.

AGUJERO NEGRO DE SCHWARZSCHILD

- * La solución de Schwarzschild describe el espacio tiempo afuera de una distribución de energía y materia esféricamente simétrica:



- * LA SOLUCIÓN NO SÓLO ES ESFÉRICA SINO QUE ADEMÁS ES ESTÁTICA.

↳ NADA DEPENDE DEL TIEMPO

- * LA SOLUCIÓN POSEE LA FÓRMULA: MASA DE LA FUENTE

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = - \left(1 - \frac{2MG}{c^2 r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2MG}{c^2 r}\right)} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

→ $g_{\alpha\beta} =$

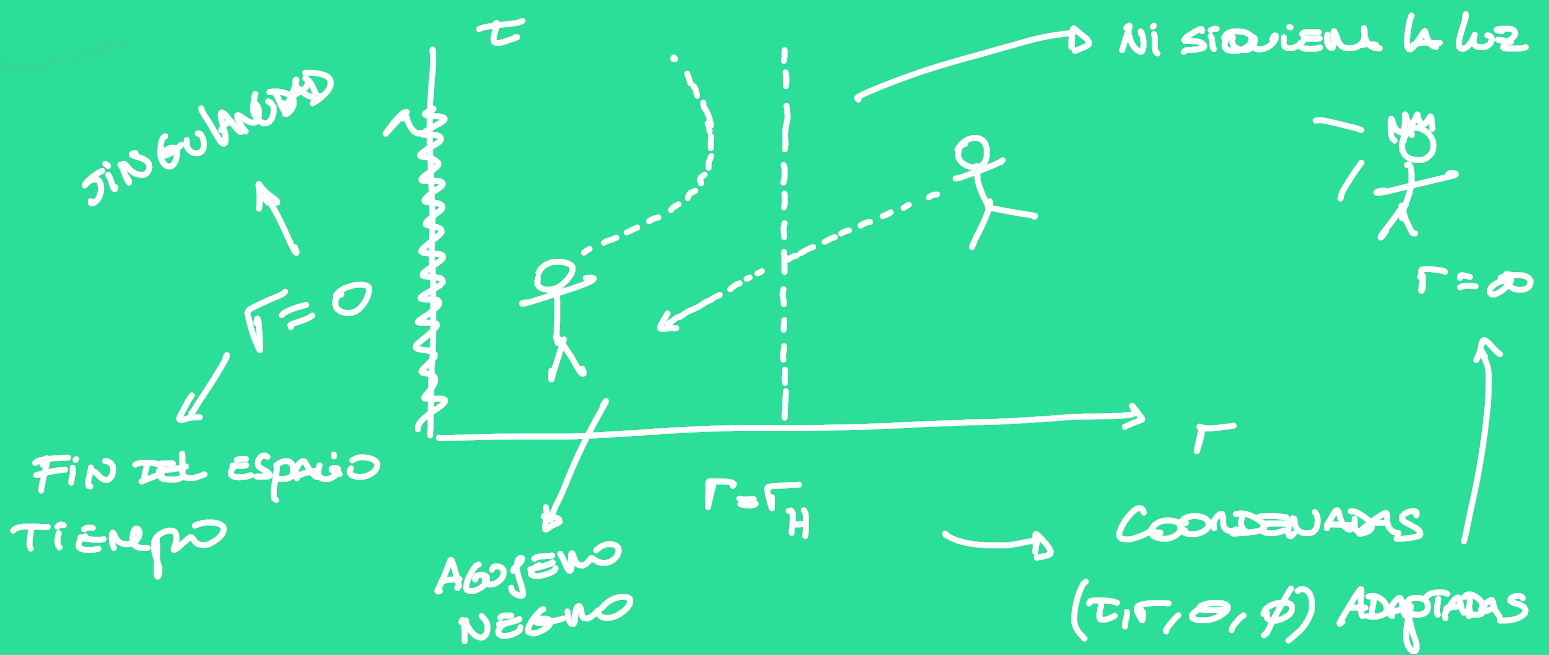
↓
DETERMINA LA GEOMETRÍA

$$\begin{pmatrix} -\left(1 - \frac{2MG}{c^2 r}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(1 - \frac{2MG}{c^2 r}\right)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^2 \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

- * CUANDO LA FUENTE ES UN OBJETO MUY COMPACTO APARECE EN LA GEOMETRÍA DEL ESPACIOTIEMPO, EN SU MÉTRICA, LO QUE SE CONOCE COMO HORIZONTE DE EVENTOS:

$$r_s = \frac{2MG}{c^2}$$

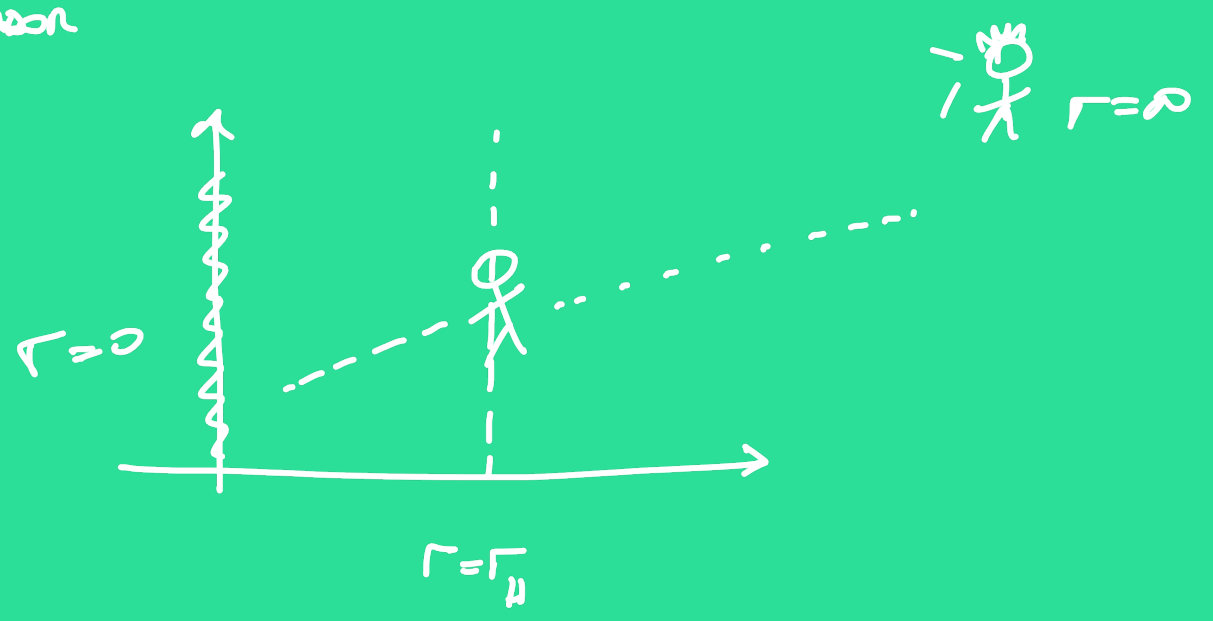
- * ESTA REGIÓN PUEDE SER CRUZADA EN UNA SÓLA DIRECCIÓN:



* EN ESTAS COORDENADAS EL OBSERVADOR LEJANO VE QUE EL VIAJERO TOMA UN TIEMPO INFINITO EN CUIRZAR EL HORIZONTE.

$$\Delta \tau = \frac{1}{\left(1 - \frac{2Mg}{c^2 r}\right)} \Delta \tau'$$

TIEMPO RELOJ OBSERVADOR LEJANO \leftarrow $\Delta \tau$ \leftarrow TIEMPO RELOJ VIAJERO $\Delta \tau'$



* SIN EMBARGO ESTE ES UN EFECTO DE LAS COORDENADAS (τ, r, θ, ϕ) DEL OBSERVADOR LEJANO.

* EL VIAJERO PUEDE CRUZAR SIN PROBLEMAS LA REGIÓN $r = r_H$ Y CONTINUAR HASTA LA SINGULARIDAD, FIN DEL ESPACIOTIEMPO.

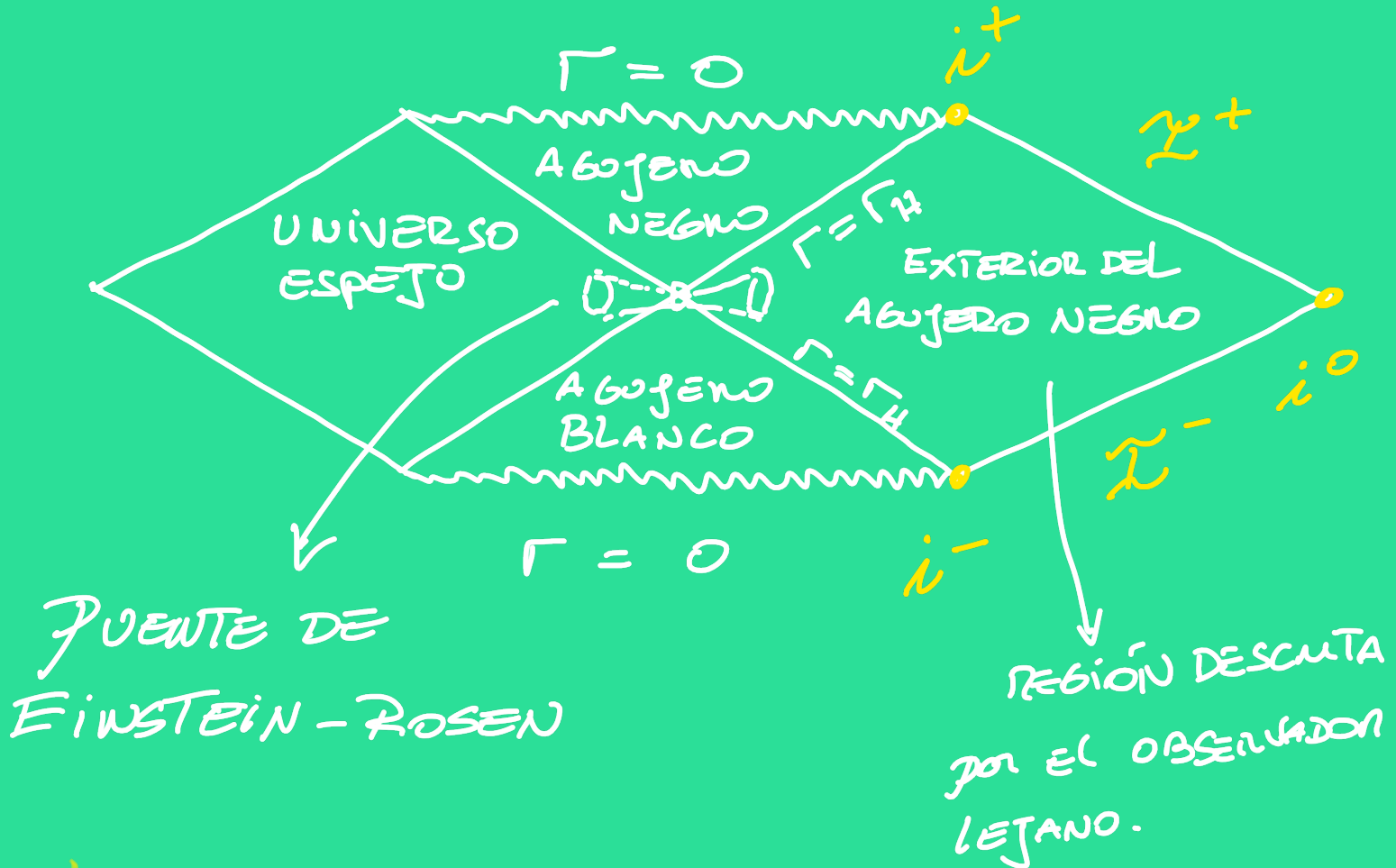
* EXISTEN COORDENADAS ADAPTADAS A OTROS OBSERVADORES Y QUE PERMITEN DESCRIBIR MEJOR LA SOLUCIÓN DE SCHWARZSCHILD.

* UN EJEMPLO ES UN OBSERVADOR SIN MASA QUE SE MUEVE A LA VELOCIDAD DE LA LUZ.

→ FOTÓN

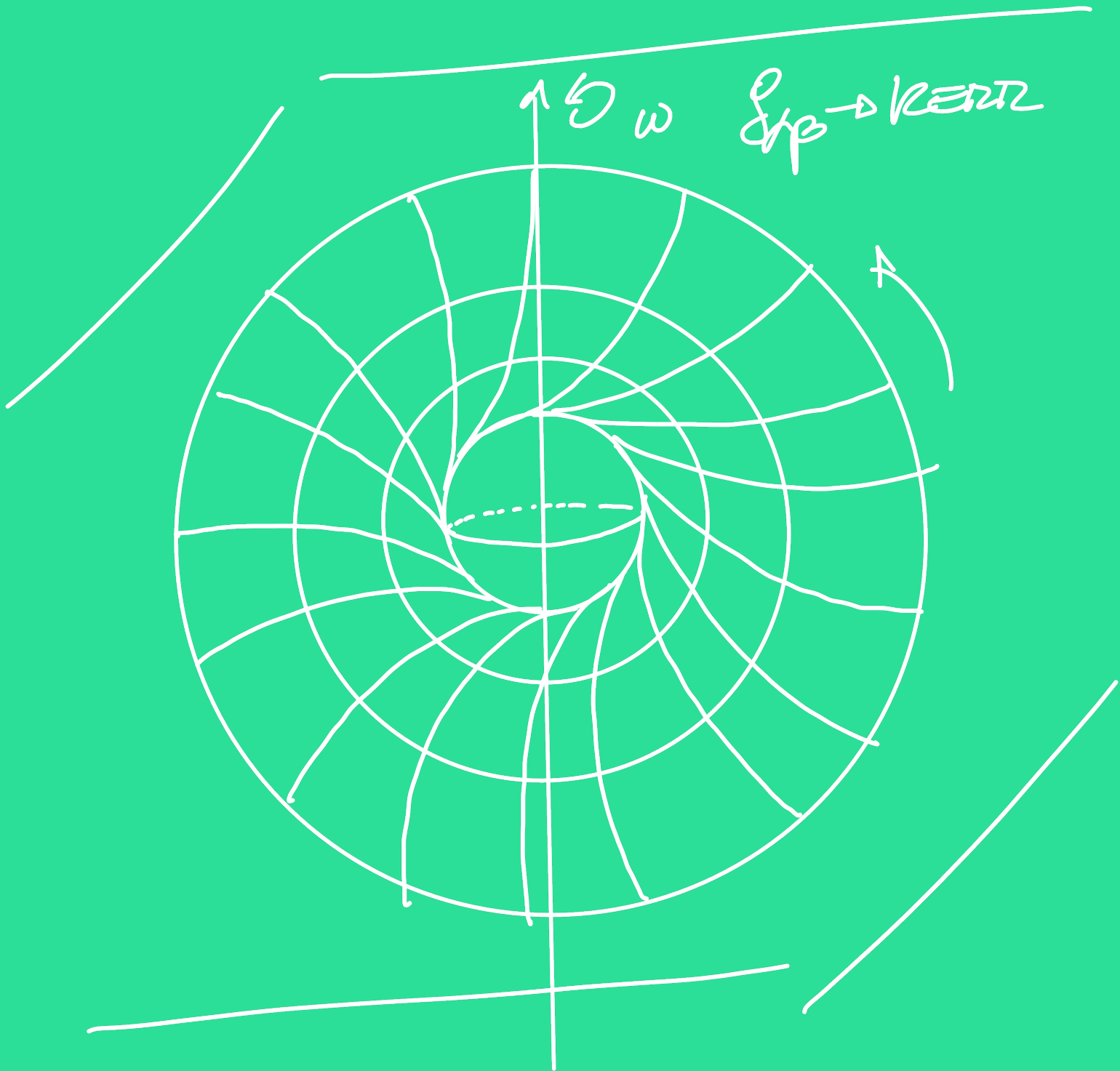
* HACIENDO USO DE ESTOS OBSERVADORES ES POSIBLE ENTENDER QUE LA GEOMETRÍA DE SCHWARZSCHILD NO SÓLO DESCRIBE LO QUE SUCEDE FUERA DEL HORIZONTE Y HASTA INFINITO SINO QUE OTRAS TRES REGIONES MAS.

- * ESTAS REGIONES SE GUAFIGAN EN LO QUE SE CONOCE COMO "DIAGRAMA DE PENROSE"



- * ESTE ES EL AGUJERO NEGRO MÁS SIMPLE, SÓLO POSEE MASA Y ES ESTÁTICO.
- * LA SOLUCIÓN CON CAMPO ELECTROMAGNÉTICO SE CONOCE COMO AGUJERO NEGRO DE "REISSNER-NÖLDSTROM".

* LA SOLUCIÓN MÁS RELEVANTE SE CONOCE
COMO AGUJERO NEGRO DE "KERR"
Y CORRESPONDE A UN AGUJERO NEGRO
CON "ROTA CIÓN"



* SE TIENE EVIDENCIA DE QUE UN AGUJERO NEGRO DE KERR ESTÁ SITUADO EN EL CENTRO DE NUESTRA GALAXIA.

$$* ds^2 = - \left(1 - \frac{2M\Gamma}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta} \right) dt^2$$

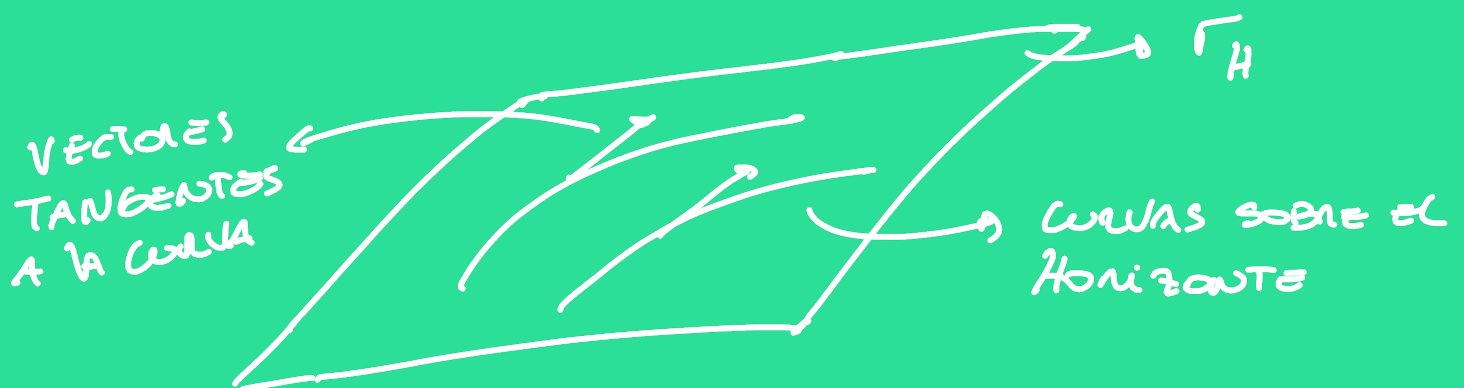
$$+ \frac{r^2 + a^2 \cos^2 \theta}{r^2 - 2M\Gamma + a^2} dr^2 + (r^2 + a^2 \cos^2 \theta) d\theta^2$$

$$- \frac{4Ma\Gamma \sin^2 \theta}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta} dt d\phi$$

$$+ \left(r^2 + a^2 + \frac{2Ma^2\Gamma \sin^2 \theta}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta} \right) \sin^2 \theta d\phi^2.$$

NUEVA FÍSICA Y LOS AGUJEROS NEGROS

- * UN ÁREA MODERNA DEL ESTUDIO DE LOS AGUJEROS NEGROS SE CONOCE COMO "MECÁNICA Y TERMO-DINÁMICA DE AGUJEROS NEGROS".
- * LAS LEYES DE LA MECÁNICA DE LOS AGUJEROS NEGROS SON UN CONJUNTO DE LEYES QUE DESCRIBEN LA MATEMÁTICA Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL HORIZONTE DE EVENTOS DE LOS AGUJEROS NEGROS.
- * PARA ESTO DEBEMOS CONSIDERAR QUE EL HORIZONTE DE EVENTOS ES UNA SUPERFICIE GENERADA POR UN TIPO ESPECIAL DE CURVAS:



LA EXISTENCIA DE ESTAS CURVAS ESTÁ DADA POR LA EXISTENCIA DE CIERTAS SIMETRÍAS EN EL ESPACIO-TIEMPO. Por ejemplo, que el espacio-tiempo NO DEPENDA DEL TIEMPO O QUE SEA INVARIANTE

BAJO NOTACIONES.

- * ESTAS CURVAS SOBRE EL HORIZONTE SON GEODÉSICAS, ES DECIR, CONECTAN DOS PUNTOS DEL HORIZONTE EN LA MÍNIMA DISTANCIA POSIBLE.
- * LUEGO, LA MECÁNICA DE LOS AGUJEROS NEGROS ESTUDIA BÁSICAMENTE LAS PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE ESTAS CURVAS (GEODÉSICAS) Y DEFINE LAS SIGUIENTES LEYES:

Ley cero: LA INAFINIDAD DE LAS GEODÉSICAS EN EL HORIZONTE, PROPIEDAD DE LAS GEODÉSICAS, DEBE SER CONSTANTE SOBRE TODO EL HORIZONTE.

ESTA INAFINIDAD SE CONOCE COMO:

"GRAVEDAD SUPERFICIAL"

LO DEFINE LA ACELERACIÓN QUE UN CUERPO SIENTE DEBIDO A LA GRAVEDAD DEL AGUJERO NEGRO COMO LA MIDE EL OBSERVADOR LEJANO.

Primera Ley: Define una relación entre la masa y momento angular del agujero negro y su área y curvatura superficial

$$M = \frac{\kappa}{8\pi} \delta A + \frac{\Omega_H}{2\pi} \delta J$$

↑ curvatura superficial
↓ momento angular

↙ velocidad angular del horizonte.

Segunda Ley: El área de un agujero negro "no" puede decrecer:

$$\delta A \geq 0$$

Tercera Ley: La curvatura superficial de un agujero negro no puede reducirse a cero en un número finito de procesos.

ESTAS LEYES DE LA MECÁNICA DE LOS AGUJEROS NEGROS TIENEN UNA CLAVA ANALOGÍA CON LAS LEYES DE LA TERMODINÁMICA:

ENTROPÍA SUPERFICIAL \leftrightarrow TEMPERATURA
 κ T

ÁREA DEL HORIZONTE \leftrightarrow ENTROPÍA
 A S

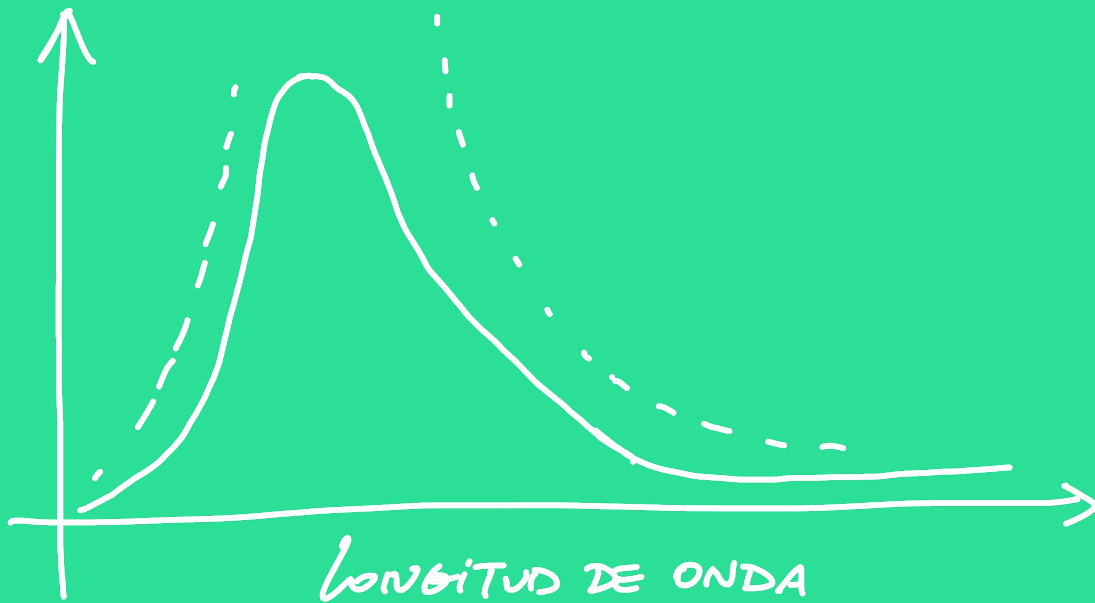
MASA DEL AGUJERO NEGRO \leftrightarrow ENERGÍA
 M E

* ESTA ANALOGÍA ESTÁ FUNDAMENTADA EN EL DESDOBLAMIENTO DE LA RADIACIÓN DE HAWKING:

" LOS AGUJEROS NEGROS RADIAN CON UNA DISTRIBUCIÓN DE RADIACIÓN TIPO CUERPO NEGRO CON TEMPERATURA $T \sim \kappa$ "

* EMITEN RADIACIÓN TAL CUAL COMO UN CUERPO NEGRO LO HACE:

INTENSIDAD

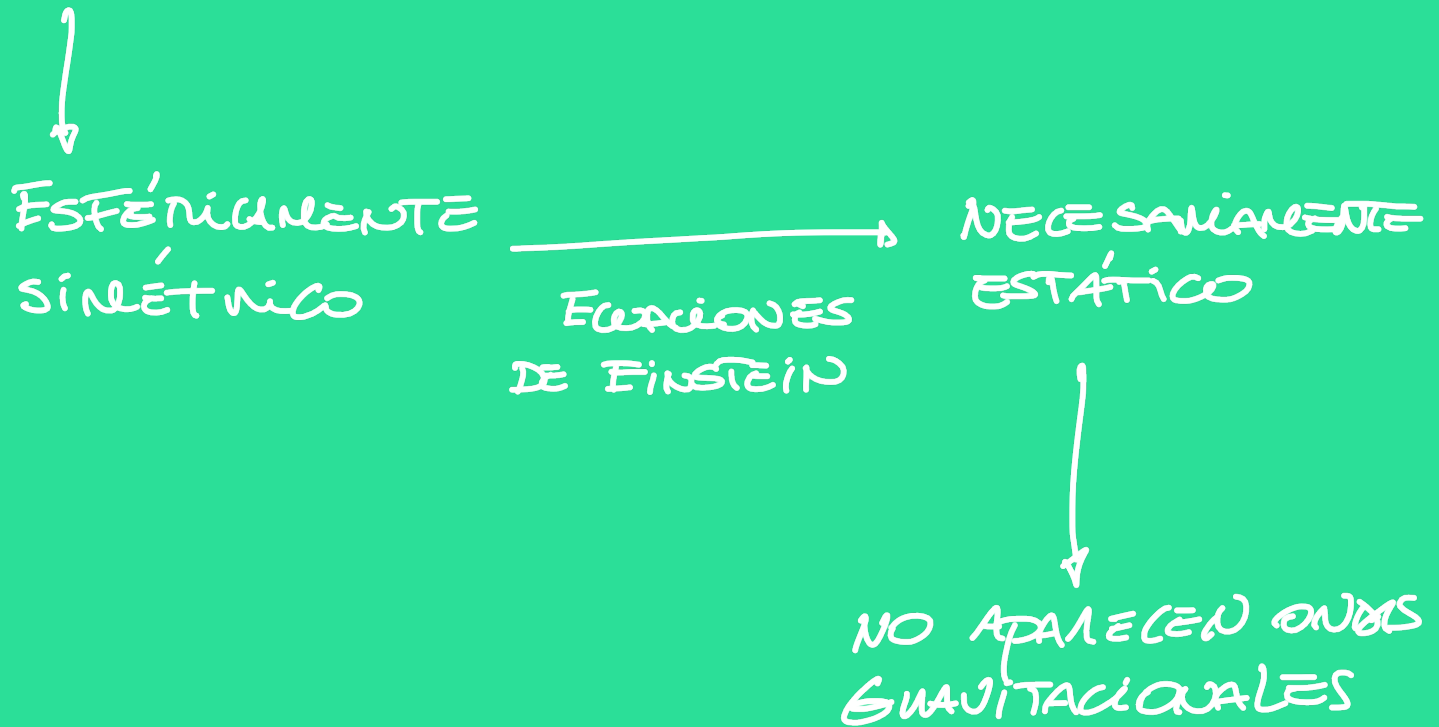


FUSIÓN DE AGUJEROS NEGROS

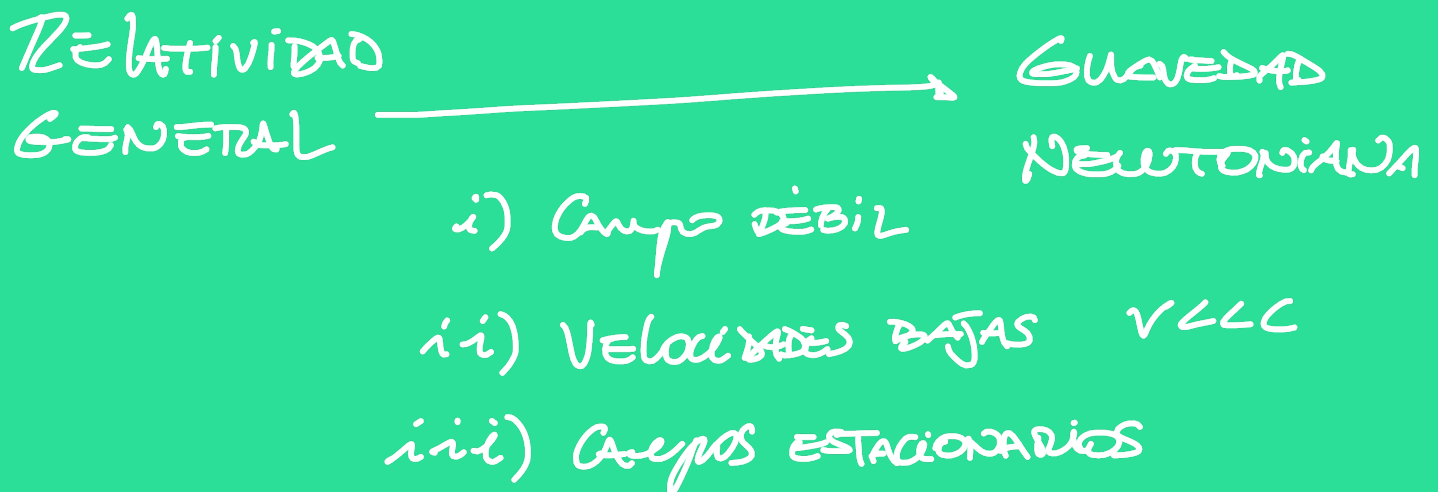
- * CONSIDEREMOS AHORA UN SISTEMA BINARIO COMPUESTO POR AGUJEROS NEGROS.
- * EN ESTE CASO EL SISTEMA YA NO ES ESTÁTICO SINO QUE DEPENDE DEL TIEMPO



- * ESTE PROCESO NO PUEDE TENER LUGAR EN UN ACOJENO NEGRO AISLADO, POR EJEMPLO, UN ACOJENO NEGRO DE SCHWARZSCHILD.



- * LAS ONDAS GRAVITACIONALES SON ONDAS QUE SE PROPAGAN A TRAVÉS DEL ESPACIOTIEMPO.
- * ESTE ES UN FENÓMENO PURAMENTE RELATIVISTA.



* BASA CON SIMPLEMENTE VIOLAR (iii) PARA TENER UN EFECTO RELATIVISTA.

↳ SI EL CUERPO VARÍA RÁPIDAMENTE EN EL TIEMPO ENTONCES PODRÍAMOS GENERAR "ONDA GRAVITACIONAL".

* LAS ONDAS GRAVITACIONALES SON SOLUCIONES A LAS ECUACIONES DE EINSTEIN CUYA MÉTRICA SE ESCRIBE COMO

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}$$

↙
MINKOWSKI

↘
PERTURBACIÓN PEQUEÑA

* FUERON DESCUBIERTAS EN 2015 USANDO INTERFERÓMETROS GRAVITACIONALES.